

Semantic Web Technologies 1

Sebastian Rudolph und Andreas Harth

Wintersemester 2010/11

<http://semantic-web-grundlagen.de>

Lösung der Übung 2: Logik und RDF-Semantik

Lösung 2.1

(a) $(p \vee \neg p)$: **allgemeingültig**

$I(p)$	$I(\neg p)$	$I(p \vee \neg p)$
t	f	t
f	t	t

(b) $((p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$: **erfüllbar & widerlegbar**

$I(p)$	$I(q)$	$I(\neg p)$	$I(\neg q)$	$I(p \vee q)$	$I(\neg p \vee \neg q)$	$I((p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q))$
t	t	f	f	t	f	f
t	f	f	t	t	t	t
f	t	t	f	t	t	t
f	f	t	t	f	t	t

(c) $\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q))$: **unerfüllbar**

$I(p)$	$I(q)$	$I(\neg p)$	$I(p \rightarrow q)$	$I(\neg p \vee q)$	$I((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q))$	$I(\neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)))$
t	t	f	t	t	t	f
t	f	f	f	f	t	f
f	t	t	t	t	t	f
f	f	t	t	t	t	f

(d) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$: **allgemeingültig**

$I(p)$	$I(q)$	$I((p \rightarrow q) \rightarrow p)$	$I(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p)$
t	t	t	t
t	f	f	t
f	t	t	t
f	f	t	t

(e) $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$: **allgemeingültig**

$I(p)$	$I(q)$	$I(r)$	$I((p \wedge q))$	$I(((p \wedge q) \rightarrow r))$
t	t	t	t	t
t	t	f	t	f
t	f	t	f	t
t	f	f	f	t
f	t	t	f	t
f	t	f	f	t
f	f	t	f	t
f	f	f	f	t

$I(q \rightarrow r)$	$I((p \rightarrow (q \rightarrow r)))$	$I(((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$
t	t	t
f	f	t
t	t	t
t	t	t
t	t	t
f	t	t
t	t	t
t	t	t

(f) $((p \wedge \neg p) \rightarrow q)$: **allgemeingültig**

$I(p)$	$I(\neg p)$	$I((p \wedge \neg p))$	$I(((p \wedge \neg p) \rightarrow q))$	
t	t	f	f	t
t	f	f	f	t
f	t	t	f	t
f	f	t	f	t

Lösung 2.2

Theorie: Eine *Theorie* ist eine Menge von Sätzen.

logische Konsequenz: ϕ ist logische Konsequenz von \mathcal{T} wenn $\mathcal{T} \models \phi$.

Äquivalenz: $\phi \equiv \psi$ wenn $\{\phi\} \models \psi$ und $\{\psi\} \models \phi$.

Für beliebige Theorien \mathcal{T} und \mathcal{S} gilt:

(a) Ist eine Formel F allgemeingültig, dann gilt $\mathcal{T} \models F$, d.h. aus jeder Theorie folgen zumindest alle Tautologien.

♣ **wahr**: Für beliebige Interpretation I , wenn $I \models \mathcal{T}$, dann $I \models F$

(b) Je größer eine logische Theorie ist, desto mehr Modelle hat sie. Das heißt, wenn $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$, dann ist jedes Modell von \mathcal{T} auch ein Modell von \mathcal{S} .

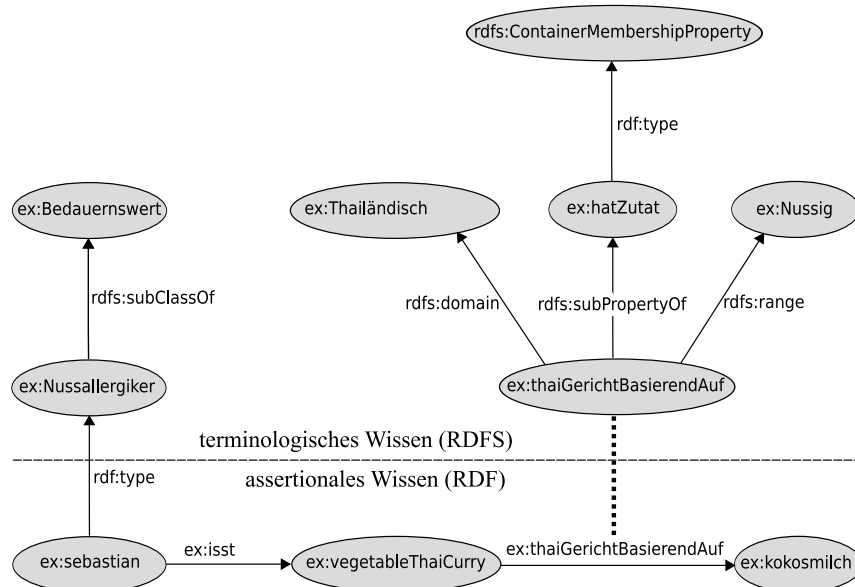
♠ **falsch**: Gegenbeispiel: $\mathcal{T} = \{p\}$, $\mathcal{S} = \{p, \neg p\}$. \mathcal{T} ist erfüllbar und \mathcal{S} ist unerfüllbar.

- (c) Je größer eine Theorie ist, desto mehr logische Konsequenzen hat sie. Das heißt, wenn $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$, dann ist jede logische Konsequenz aus \mathcal{T} auch eine Konsequenz aus \mathcal{S} .
 ♣ **wahr**: "monotonic Logik."
- (d) Ist $\neg F \in \mathcal{T}$, dann kann $\mathcal{T} \models F$ niemals gelten (wobei F eine beliebige Formel ist).
 ♣ **falsch**: im Allgemeinen.
 ♣ **wahr**: Für beliebige Modell \mathcal{I} einer **consistent** Theorie \mathcal{T} und $F' \in \mathcal{T}$, $\mathcal{I} \models F'$, insbesondere, $\neg F \in \mathcal{T} \Rightarrow \mathcal{I} \models \neg F$ oder $\mathcal{I} \not\models F$ d.h. $\mathcal{T} \models F$ kann niemals gelten.
- (e) Sind zwei Theorien unterschiedlich ($\mathcal{T} \neq \mathcal{S}$), dann unterscheiden sie sich auch in wenigstens einer logischen Konsequenz (zum Beispiel, indem es eine Formel F gibt, so dass $\mathcal{T} \models F$ aber $\mathcal{S} \not\models F$).
 ♣ **falsch**: Für zwei Äquivalenz Theorie \mathcal{T} und \mathcal{S} mit $\mathcal{T} \neq \mathcal{S}$, wenn $\mathcal{T} \models F$ (für beliebige Formel F), dann jedes Modell von \mathcal{T} ist ein Modell von \mathcal{S} . Aber jedes Modell von \mathcal{T} ist auch ein Modell von \mathcal{S} ($\mathcal{T} \equiv \mathcal{S}$) d.h. $\mathcal{S} \models F$, z.B. $\{p, q\}$ und $\{p \wedge q\}$, $\{p, q\} \neq \{(p \wedge q)\}$ aber $\{p, q\} \models (p \wedge q)$ und $\{(p \wedge q)\} \models (p \wedge q)$.

Lösung 2.3

\mathcal{I} ist eine Interpretation des Modells der Graph.

- $IR = \{a\}$
- $IP = \{a\}$
- $I_{EXT}(a) = \{\langle a, a \rangle\}$
- $I_S(x) = a$, x ist beliebige Resource in Graph.
- $LV = I_L = \emptyset$



1. \mathcal{I} ist eine (einfache) Interpretation. ✓
2. \mathcal{I} ist eine RDF-interpretation: ✓
3. \mathcal{I} ist eine RDFS-interpretation: ✓

Lösung 2.4

- ein Tripel, welches einfach folgt:

ex:vegetableThaiCurry	ex:thaiGerichtBasierendAuf	ex:kokosmilch
⇓ (Abteilungsregel se1)		
ex:vegetableThaiCurry	ex:thaiGerichtBasierendAuf	_ : id1

- ein Tripel, welches RDF-folgt, aber nicht einfach folgt:

ex:vegetableThaiCurry	ex:thaiGerichtBasierendAuf	ex:kokosmilch
⇓ (Abteilungsregel rdf1)		
ex:thaiGerichtBasierendAuf	rdf:type	rdf:Property

- ein Tripel, welches RDFS-folgt, aber nicht einfach folgt:

ex:vegetableThaiCurry	ex:thaiGerichtBasierendAuf	ex:kokosmilch
Und		
ex:thaiGerichtBasierendAuf	rdfs:domain	ex:Thailändisch
⇓ (Abteilungsregel rdfs2)		
ex:vegetableThaiCurry	rdf:type	ex:Thailändisch

Lösung 2.5

Nicht möglich in RDFS.

Lösung 2.6

(a) `rdfs:Resource rdf:type rdfs:Class .`

$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:type rdfs:domain rdfs:Resource .}}{\text{rdfs:Resource rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$

- (b) `rdfs:Class rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .}}{\text{rdfs:Class rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (c) `rdfs:Literal rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:comment rdfs:range rdfs:Literal .}}{\text{rdfs:Literal rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (d) `rdf:XMLLiteral rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:XMLLiteral rdfs:subClassOf rdfs:Literal .}}{\text{rdf:XMLLiteral rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs2}$$
- (e) `rdfs:Datatype rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdf:type rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdfs:XMLLiteral rdfs:type rdfs:Datatype .}}{\text{rdfs:Datatype rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (f) `rdf:Seq rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Seq rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Seq rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs2}$$
- (g) `rdf:Bag rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Bag rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Bag rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs2}$$
- (h) `rdf:Alt rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdf:Alt rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs2}$$
- (i) `rdfs:Container rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdfs:Container rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (j) `rdf:List rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:first rdfs:domain rdf:List .}}{\text{rdf:List rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$

- (k) `rdfs:ContainerMembershipProperty rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:subClassOf rdfs:domain rdfs:Class .} \quad \text{rdf:ContainerMembershipProperty rdfs:subClassOf rdfs:Property .}}{\text{rdfs:ContainerMembershipProperty rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs2}$$
- (l) `rdf:Property rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:subPropertOf rdfs:range rdf:Property .}}{\text{rdf:Property rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (m) `rdf:Statement rdf:type rdfs:Class .`

$$\frac{\text{rdfs:domain rdfs:range rdfs:Class .} \quad \text{rdf:Subject rdfs:domain rdf:Statement .}}{\text{rdf:Statement rdf:type rdfs:Class .}} \text{ rdfs3}$$
- (n) `rdfs:domain rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .}}{\text{rdfs:domain rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdf1}$$
- (o) `rdfs:range rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdfs:subPropertyOf rdfs:range rdf:Property .}}{\text{rdfs:range rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdf1}$$
- (p) `rdfs:subPropertyOf rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdfs:isDefinedBy rdfs:subPropertyOf rdfs:SeeAlso .}}{\text{rdfs:subPropertyOf rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdf1}$$
- (q) `rdfs:subClassOf rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdf:Alt rdfs:subClassOf rdfs:Container .}}{\text{rdfs:subClassOf rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdf1}$$
- (r) `rdfs:member rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \quad \text{rdfs:member rdfs:range rdfs:Resource}}{\text{rdfs:member rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdfs2}$$
- (s) `rdfs:seeAlso rdf:type rdf:Property .`

$$\frac{\text{rdfs:range rdfs:domain rdf:Property .} \quad \text{rdfs:seeAlso rdfs:range rdfs:Resource .}}{\text{rdfs:seeAlso rdf:type rdf:Property .}} \text{ rdfs2}$$

(t) `rdfs:isDefinedBy rdf:type rdf:Property .`

`rdfs:range rdfs:domain rdf:Property . rdfs:isDefinedBy rdfs:range rdfs:Resource .` `rdfs2`
`rdfs:isDefinedBy rdf:type rdf:Property .`

(u) `rdfs:comment rdf:type rdf:Property .`

`rdfs:range rdfs:domain rdf:Property . rdfs:comment rdfs:range rdfs:Literal .` `rdfs2`
`rdfs:comment rdf:type rdf:Property .`

(v) `rdfs:label rdf:type rdf:Property .`

`rdfs:range rdfs:domain rdf:Property . rdfs:label rdfs:range rdfs:Literal .` `rdfs2`
`rdfs:label rdf:type rdf:Property .`